

제49회 보험계리사 및 손해사정사 제2차 시험문제
(2026년도 시행)

【 계 리 모 형 론 】

※ 모든 문제의 계산은 소수점 이하 넷째 자리에서 반올림하여 셋째 자리까지 산출함.

1. 사고당 손해액 X 와 관련하여 다음 자료가 주어져 있다.

i) X 는 다음의 확률밀도함수를 갖는 분포를 따른다.

$$f_X(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x > 0$$

ii) 손해액이 35를 초과하는 사고만 기록되며, 기록된 사고는 80건이다.

iii) 기록된 손해액을 $x_1, \dots, x_{80}$ 이라 할 때

$$\sum_{i=1}^{80} x_i = 10000$$

θ 의 최대가능도 추정치(maximum likelihood estimate)를 구하시오. (10점)

2. 다음 정보를 이용하여 $CTE_{95\%}(X)$ 를 구하시오. (단, $\sqrt{0.05} = 0.2236$) (10점)

i) 확률변수 X 의 생존함수는 다음과 같다.

$$S(x) = \left(\frac{1000}{1000 + x} \right)^2, \quad x \geq 0$$

ii) 임의의 확률변수 Z 에 대하여 95%-조건부꼬리기댓값(conditional tail expectation)은 $CTE_{95\%}(Z) = E[Z | Z > Q_{95\%}(Z)]$ 로 정의되고

여기서 $Q_{95\%}(Z) = \min \{q | \Pr(Z \leq q) \geq 95\%\}$ 이다.

3. 입원 청구 건당 의료비 W 가 다음과 같은 로그 연결함수(log-link function)를 사용하는 감마 GLM(generalized linear model) 모형을 따른다고 가정한다. (10점)

i) 설명변수는 상병정도, 의료기관등급, 입원일수 3개로 구성된다. 이 중 상병정도는 경증(A)와 중증(B), 의료기관등급은 1차, 2차, 3차로 구성된 범주형 변수이고, 입원일수는 연속형 변수이다.

ii) 기대의료비 $\mu = E[W]$ 는 아래 모형을 따른다.

$$\ln \mu = \beta_0 + \beta_1 I_A + \beta_2 I_{1차} + \beta_3 I_{2차} + \gamma D$$

iii) 변수의 정의와 각 계수의 추정값은 다음과 같다.

변수	정 의	계수	추정값
상수항		β_0	4.00
I_A	경증(A)이면 1, 중증(B)이면 0	β_1	-0.20
$I_{1차}$	1차 의료기관이면 1, 아니면 0	β_2	-0.40
$I_{2차}$	2차 의료기관이면 1, 아니면 0	β_3	-0.10
D	입원일수	γ	0.04

단, 3차 의료기관인 경우 $I_{1차} = I_{2차} = 0$ 이다.

iv) W 는 다음의 확률밀도함수를 갖는 감마분포를 따르고,

$$f_W(w) = \frac{w^3 e^{-w/b}}{6b^4}, \quad w > 0, \quad b > 0,$$

W 의 기댓값과 분산은 각 $4b$ 과 $4b^2$ 이다.

(1) 1차 의료기관 대비 2차 의료기관의 기대의료비 비율의 자연로그(natural logarithm)값을 구하시오. 단, 의료기관등급 외 설명변수들은 통제된다고 가정한다. (5점)

(2) 상병정도가 경증(A), 의료기관등급이 1차, 입원일수가 15일인 경우 W 의 분산을 구하시오. (단, $e^4 = 54.5982$) (5점)

4. 단체건강보험의 연간 사고보험금의 총합계 S 가 다음과 같은 복합모형 (compound model)을 따른다고 가정할 때 $E[S]$ 를 구하시오. (10점)

i) $S = \sum_{i=1}^N X_i$ (단, $N=0$ 인 경우 $S=0$)

여기서 확률변수 N 은 연간 사고건수 확률변수이고, $X_1, \dots, X_N$ 은 건당 사고보험금 확률변수이다.

- ii) 단체의 건강상태를 나타내는 확률변수 θ 는 연간 사고건수와 건당 사고보험금에 동시에 영향을 미치는 공통위험요인(common risk factor)이며, θ 는 $\Pr(\theta=0)=0.7$ 과 $\Pr(\theta=1)=0.3$ 인 분포를 따른다.

- iii) $\theta = \theta$ 일 때 연간 사고건수 N 은 다음의 기하분포를 따른다.

$$\Pr(N=n|\theta=\theta) = p_{\theta}(1-p_{\theta})^n, \quad n=0,1,2,\dots$$

$$p_0 = \frac{1}{2}, \quad p_1 = \frac{1}{4}$$

- iv) $\theta = \theta$ 일 때 N 은 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 들과 서로 독립이다.

- v) $\theta = \theta$ 이고 모든 양의 정수 n 에 대하여 $N=n$ 일 때, $X_1, \dots, X_n$ 은 서로 독립이고 동일한 분포를 따르며 다음의 조건부 기댓값을 갖는다.

θ	0	1
$E[X_i \theta=\theta]$	100	200

5. 다음 표는 농가별 연간 피해 신고건수 K 에 대한 자료이다. (10점)

신고건수	0건	1건	2건	3건 이상	계
농가수	50	43	45	62	200

단, 위 표본의 평균은 $\overline{K} = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} K_i = 2$ 이다.

(1) K 가 다음의 확률질량함수를 갖는 음이항분포를 따른다고 가정할 때

$$\Pr(K=k) = \binom{k+3}{k} p^4 (1-p)^k, \quad k=0, 1, 2, \dots$$

적률추정법(method of moments estimation)을 이용하여 p 의 추정값을 구하시오. (단, K 의 기댓값은 $4(1-p)/p$ 이다.) (5점)

(2) 주어진 표의 분포가 (1)의 음이항분포를 따른다는 가정 하에 카이제곱 적합도 검정(chi-square goodness-of-fit test)의 검정통계량 χ^2 을 구하시오. (5점)

6. 다음은 위험집단 A, B, C의 2년간 경험자료이다.

i) 집단 및 연도별 익스포저(exposure)와 익스포저당 손해액은 다음과 같다.

집단	1차 연도		2차 연도	
	익스포저	익스포저당 손해액	익스포저	익스포저당 손해액
A	5	10	5	6
B	10	14	10	10
C	2	9	3	4

ii) 집단별 익스포저당 손해액의 가중평균과 전체 평균은 다음과 같다.

$$\bar{X}_A = 8, \bar{X}_B = 12, \bar{X}_C = 6, \hat{\mu} = 10$$

iii) 사전분포나 모수분포에 대한 정보는 없으며, 집단별 총 익스포저 m_A, m_B, m_C 는 연도별 익스포저의 합이다.

즉, $m_A = 5 + 5 = 10$, $m_B = 10 + 10 = 20$, $m_C = 2 + 3 = 5$ 이다.

집단 A의 경험에 대한 Bühlmann 신뢰도계수 Z_A 를 구하시오. (10점)

7. 한국보험회사는 1년 만기 단체보험을 다음과 같이 판매하고 있다.

i) 가입현황

가입일	가입자(피보험자) 수
2023년 7월 1일	100명
2024년 10월 1일	150명
2025년 3월 1일	200명

ii) 피보험자 인당 보험료

달력연도(calendar year)	인당 보험료
2023년	10
2024년	12
2025년	15

iii) 요율조정은 매년 1월 1일에 실시한다.

iv) 모든 계약은 계약일자에 1년치 일시납 보험료가 납입되며 만기까지 유지된다.

v) 피보험자별 보장범위와 보험료는 모두 동일하다.

vi) 매월 일수는 1년 일수의 1/12로 가정한다.

2025년말 기준으로 과거 3년간 판매한 단체보험의 온레벨(on-level) 경과 보험료의 합을 구하시오. (10점)

8. 다음 경험자료와 지급보험금 진전추이방식(paid loss development method)을 이용하여 2022년부터 2025년까지 각 사고연도별 최종손해액을 구하시오. (10점)

i) 사고연도별 누적 지급보험금

사고연도	진전기간			
	12개월	24개월	36개월	48개월
2022년	180	216	233	233
2023년	200	250	260	
2024년	200	240		
2025년	230			

주) 거대손해 사고 지급보험금은 제외

ii) 사고연도별 거대손해(large loss) 사고 지급보험금

사고연도	2022년	2023년	2024년	2025년
지급보험금	28	15	35	50

iii) 거대손해 사고보험금은 사고연도 당해에 지급하여 종결한다.

iv) 48개월 이후 손해액 진전은 없다.

v) 적용할 진전계수는 각 사고연도의 진전기간별 진전계수의 산술평균으로 계산한다.

9. 한국보험회사는 계약자 집단을 연령에 따라 2개의 등급으로 구분하여 보험료를 달리 적용한다. 다음은 연령 등급별 실적통계와 현행 요율상대도이다. (10점)

연령등급	경과보험료 (백만 원)	손해액 (백만 원)	손해율(%)	현행 요율상대도(%)
1등급	10,000	7,000	70.0	100
2등급	20,000	15,400	77.0	150
계	30,000	22,400	74.7	

주) 1등급을 기준등급으로 한다.

- (1) 연령등급별 개정상대도를 구하시오. (5점)
- (2) 개정상대도 산출에 따른 수지불균형(off-balance) 조정계수를 구하시오. (5점)

10. 2025년 자동차보험 자기차량손해담보 통계, 보험료 인상 및 정비공임 인상내역은 다음과 같다.

i) 2025년 자동차보험 자기차량손해담보 연간 통계

경과보험료 (백만 원)	계약대수 (천 대)	손해액(백만 원)			손해율(%)
		부품	정비공임	계	
25,200	365	9,000	10,500	19,500	77.4

ii) 2025년 1월 1일에 보험료를 10% 인상하여 그 이후 책임개시된 계약에 적용한다.

iii) 2025년 7월 1일에 정비공임이 10% 인상되어 그 이후 모든 사고의 수리비는 인상된 정비공임으로 지급한다.

iv) 매월 일수는 1년 일수의 1/12로 가정한다.

v) 예정손해율은 70%이다.

vi) 모든 보험계약의 보험기간은 1년이고, 계약과 사고는 1년 동안 균일하게 발생한다.

2025년말 기준으로 경과보험료와 손해액을 조정(on-level)한 후, 손해율법을 이용하여 2026년에 적용할 보험료 조정률을 구하시오. (10점)